

Sintesi del capitolo

Il lavoro meccanico rappresenta l'effetto di una forza che produce uno spostamento. Viene compiuto lavoro solo se la forza presenta una componente non nulla lungo la direzione del moto. Matematicamente, per una forza costante, esso si esprime come il prodotto scalare

$$\Delta W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F \Delta r \cos \theta$$

dove $\mathbf{F}$ è il vettore forza, $\Delta \mathbf{r}$ è il vettore spostamento, e θ è l'angolo compreso tra i due vettori.

La rapidità con cui il lavoro viene svolto definisce la potenza, calcolabile come potenza media tramite il rapporto $P_m = W/\Delta t$, oppure come potenza istantanea attraverso la relazione:

$$P = \frac{(\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt)}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

dove $\mathbf{v}$ è la velocità istantanea del corpo.

L'energia cinetica K è la forma di energia legata allo stato di moto di un corpo, e dipende dalla sua massa m e dal modulo della sua velocità v secondo l'equazione:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

Il teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive) stabilisce un legame diretto tra la dinamica e l'energia, affermando che il lavoro totale W compiuto da tutte le forze applicate su un corpo è pari alla variazione della sua energia cinetica, ovvero

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

in cui K_i e K_f sono rispettivamente le energie cinetiche iniziali e finali del corpo.

Una forza è definita conservativa quando il lavoro svolto da essa lungo un percorso dipende esclusivamente dai punti di partenza e di arrivo, ed è indipendente dalla particolare traiettoria seguita.

Ad ogni forza conservativa è possibile associare un'energia potenziale U che dipende esclusivamente dalla posizione del corpo ed è legata al lavoro tramite la relazione $W = -\Delta U$.

Tra gli esempi più rilevanti troviamo l'energia potenziale gravitazionale, definita come $U = mgz$, dove m è la massa del corpo e z la sua quota.

Un altro esempio notevole è l'energia potenziale elastica di una molla di costante elastica k , espressa dalla formula , dove $U = \frac{1}{2} kx^2$ è lo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio.

La somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale costituisce l'energia meccanica totale E di un sistema, indicata con la formula $E = K + U$.

In un sistema isolato in cui agiscono esclusivamente forze conservative, l'energia meccanica totale è costante nel tempo. Qualora intervengano invece forze non conservative, come ad esempio l'attrito meccanico, la variazione dell'energia meccanica totale ΔE coincide esattamente con il lavoro W_{nc} compiuto da tali forze, ovvero $\Delta E = W_{nc}$.

La quantità di moto è una grandezza vettoriale definita dal prodotto $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. La variazione di questa grandezza è determinata dall'impulso $\mathbf{J}$ fornito da una forza esterna, calcolabile per una forza media costante $\mathbf{F}_m$ come $\mathbf{J} = \mathbf{F}_m \Delta t$. Matematicamente, questo legame è dato da $\mathbf{J} = \Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$ sono le quantità di moto finali e iniziali del corpo dopo che la forza impulsiva ha agito per un istante Δt .

In un sistema isolato (ovvero in cui la risultante delle forze esterne è nulla), vige il principio di conservazione della quantità di moto totale, espresso dall'uguaglianza $\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_i$.

In un urto completamente anelastico, in cui i corpi collidono restando uniti dopo l'impatto, si conserva la quantità di moto ma non l'energia cinetica totale. Dati due corpi di massa m_1 ed m_2 in collisione con velocità iniziali v_{1i} e v_{2i} , la velocità finale con cui essi proseguono attaccati dopo l'urto è data da:

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

In un urto perfettamente elastico si conserva, oltre alla quantità di moto, anche l'energia cinetica totale del sistema. Le velocità finali v_{1f} e v_{2f} dei due corpi dopo l'urto sono esprimibili come

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}$$